

年试题设计2012年模拟题时,对于三角多有此类试题出现,于是,好多人在网上晒其“成果”.其实,三角共有三部分内容,其一是必修四的第一章《三角函数及其性质》;其二是第三章的《两角和与差的三角函数》;其三是必修五的《解三角形》.这三年竟走入同一“沼泽”地,且如“双胞胎”相似程度,不能不说这是本年命题中的“最大败笔”.

二、好题赏与析

好题,好在背景公平上;好题,好在重思维轻运算上;好题,好在求解不唯一上.看看今年的高考试题,好题,还真的不少.虽然,这些试题表面上看与我们平时练习的题差不多,没什么特殊的“新”、“奇”之处,但深入探究与分析之后,还是不得不给它们作上“好题”的印记.

1. 考查分析推理能力

分析推理能力是高考特别关注的重要能力之一,在试题的设计上往往会尽力“关照”,今年呢?也是如此,我们看:

例1(理第8题)对任意两个非零的平面向量 $\vec{\alpha}$ 和 $\vec{\beta}$,定义 $\vec{\alpha}\vec{\beta}=\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}{|\vec{\beta}|^2}$.若平面向量 \vec{a},\vec{b} 满足 $|\vec{a}|\geq|\vec{b}|>0$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角 $\theta\in(0,\frac{\pi}{4})$,且 $\vec{a}\vec{b}$ 和 $\vec{b}\vec{a}$ 都在集合 $\{\frac{n}{2}|n\in\mathbb{Z}\}$ 中,则 $\vec{a}\vec{b}=(\quad)$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

解析由定义 $\vec{\alpha}\vec{\beta}=\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}{|\vec{\beta}|^2}$ 可得 $\vec{b}\vec{a}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|^2}=\frac{|\vec{b}|\cos\theta}{|\vec{a}|}$,由 $|\vec{a}|\geq|\vec{b}|>0$ 及 $\theta\in(0,\frac{\pi}{4})$ 得 $0<\frac{|\vec{b}|\cos\theta}{|\vec{a}|}<1$,又因为 $\vec{a}\vec{b}$ 在 $\{\frac{n}{2}|n\in\mathbb{Z}\}$ 中,从而 $\frac{|\vec{b}|\cos\theta}{|\vec{a}|}=\frac{1}{2}\Rightarrow|\vec{a}|=2|\vec{b}|\cos\theta$,

$\vec{\alpha}\vec{\beta}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}=\frac{|\vec{a}|\cos\theta}{|\vec{b}|}=2\cos^2\theta$.

由 $\theta\in(0,\frac{\pi}{4})\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}<\cos\theta<1\Rightarrow\frac{1}{2}<\cos^2\theta<1\Rightarrow 1<2\cos^2\theta<2$,结合选项知答案为C.

评析本题考查新定义及向量的运算.建立在分析、推理的基础上,通过对新定义的准确理解与合理运用,再结合选择题的特点产生结论.本题很特别、很精巧,对于哪些总是希望通过计算得到答案再与选择支比而产生结论的考生来说,此题永远无法得到结果.

例2(文第13题)由正整数组成的一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4 ,其平均数和中位数都是2,且标准差等于

1,则这组数据为_____.(从小到大排列)

解析不妨设 $1\leq x_1\leq x_2\leq x_3\leq x_4, x_1, x_2, x_3, x_4\in\mathbb{N}^*$,

依题意得 $\begin{cases} x_2+x_3=4, \\ x_1+x_2+x_3+x_4=8 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x_2+x_3=4, \\ x_1+x_4=4, \end{cases}$ 于是 $1\leq x_1\leq$

$x_2\leq x_3\leq x_4\leq 3$.

又 $s=\sqrt{\frac{1}{4}[(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2+(x_4-2)^2]}=1$,

即 $(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2+(x_4-2)^2=4$.

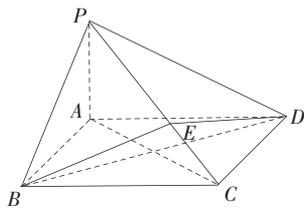
经分析得,只能 $x_1=x_2=1, x_3=x_4=3$,则这组数据为1,1,3,3.

评析本题若是追求建立在方程组的基础上,通过解方程组产生的值,最终得到答案的话,也许无法实现,因为这里是四个未知数,而只有三个方程,是一个实实在在的不定方程.

2. 传统几何与空间向量并存

对于立体几何,理科除了必修二以外还有选修2-1的利用空向量求解立体几何问题,于是,高考题的设计注重了两个方面的.既注重传统的立几方法也注重空间向量的应用.

例3(理第18题)如下图所示,在四棱锥P-ABCD中,底面ABCD为矩形,PA⊥平面ABCD,点E



在线段PC上,PC⊥平面BDE.

- (1)证明:BD⊥平面PAC;
(2)若PA=1,AD=2,求二面角B-PC-A的正切值.

解析(1)略;

(2)法一:由(1)知底面ABCD为正方形,设AC与BD交于O,连接OE.

因为PC⊥平面BDE,则∠BEO即为二面角B-PC-A的平面角,

由于PA=1,AD=2.

所以 $AC=2\sqrt{2}, BO=OC=\sqrt{2}\Rightarrow PC=\sqrt{PA^2+AC^2}=\sqrt{1+(2\sqrt{2})^2}=3$.

由 $\frac{OE}{PA}=\frac{OC}{PC}\Rightarrow OE=\frac{PA\cdot OC}{PC}=\frac{\sqrt{2}}{3}$,从而 \tan

$\angle BEO=\frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}=3$.

故二面角的正切值为3.