法二：由题意，结合图形得$\angle BEO=\frac{1}{2}\angle BED$，

又由$PB\cdot BC=PC\cdot BE\Rightarrow BE=\frac{PB\cdot BC}{PC}=\frac{2\sqrt{5}}{3}$，同理$DE=\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

由余弦定理得$\cos\angle BED=\frac{EB^2+ED^2-BD^2}{2EB\cdot ED}=-\frac{4}{5}$.

而$\tan\angle BEO=\tan\frac{\angle BED}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\angle BED}{1+\cos\angle BED}}=3$.

法三：以A为原点，AB、AD、AP分别为x,y,z建立空间直角坐标系，由于$PA=1$，$AD=2$，得$P(0,0,1)$，$B(2,0,0)$，$C(2,2,0)$，$D(0,2,0)$，由第一问可知机PAC的法向量为$\overrightarrow{BD}=(-2,2,0)$，再设面$PBC$的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$.

由于$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x-z=0,\\ 2y=0,\end{cases}$取$\vec{n}=(1,0,2)$，

那么$\cos\angle BEO=\left|\frac{2}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}\right|=\frac{\sqrt{10}}{5}\Rightarrow\tan\angle BEO=3$.

评析无论是传统方法还是空间向量方法，其运算量、难度都基本相当.这样就确保了不因选择方法不当而吃亏.

3. 既抓常规又重技能

将技能、技巧融入常规试题之中，试题的不同设问肩负着不同的选拔效果，是本次数列命题的一大特色.第一问“大众化”，百分之八十的考生可以做对；第二问百分之四十的考生做对；第三问呢？恐怕微乎其微.

例4(理第19题)设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，满足$2S_n=a_{n+1}-2^{n+1}+1$，$n\in\mathbf{N}^*$，且a_1，a_2+5，a_3成等差数列.

(1) 求a_1的值;

(2) 求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(3) 证明：对一切正整数n，有$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

解析(1) 略，$a_1=1$.

(2) 当$n\geqslant2$时，

由$\begin{cases}2S_n=a_{n+1}-2^{n+1}+1,\\ 2S_{n-1}=a_n-2^n+1\end{cases}\Rightarrow 2a_n=a_{n+1}-a_n-2^n\Rightarrow\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}+1=\frac{3}{2}(\frac{a_n}{2^n}+1)$.

从而$\frac{a_n}{2^n}+1=(\frac{a_1}{2}+1)(\frac{3}{2})^{n-1}$，$a_n=3^n-2^n$，因为$a_1=1$也满足，于是$a_n=3^n-2^n$.

(3)法一：当$n\geqslant2$时，$3^n=(\frac{3}{2})^n\cdot2^n\geqslant(\frac{3}{2})^2\cdot2^n>2\cdot2^n\Rightarrow 3^n-2^n>2^n\Rightarrow\frac{1}{a^n}<\frac{1}{2^n}$，

那么$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}<1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}=1+\frac{\frac{1}{2^2}(1-\frac{1}{2^{n-1}})}{1-\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2^n}<\frac{3}{2}$.

法二：由$(3^n-2^n)-3^{n-1}=2(3^{n-1}-2^{n-1})>0$即$a_n>3^{n-1}\Rightarrow\frac{1}{a_n}<\frac{1}{3^{n-1}}$，

于是，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}<1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}=\frac{1-\frac{1}{3^n}}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}(1-\frac{1}{3^n})<\frac{3}{2}$.

法三：由法一知当$n\geqslant2$时，$\frac{1}{a_n}<\frac{1}{2^n}\Rightarrow\frac{1}{a_n}<\frac{2-1}{2^n}\Rightarrow\frac{1}{a_n}<\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{1}{2^n}$，

于是$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}<1+(\frac{1}{2}-\frac{1}{2^2})+(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3})+\cdots+(\frac{1}{2^{n-1}}-\frac{1}{2^n})=\frac{3}{2}-\frac{1}{2^n}<\frac{3}{2}$.

法四：当$n\geqslant3$时，

$a_n=3^n-2^n=(1+2)^n-2^n=1+C_n^1\cdot2+C_n^2\cdot2^2+\cdots+C_n^{n-1}\cdot2^{n-1}+2^n-2^n=1+C_n^1\cdot2+C_n^2\cdot2^2+\cdots+C_n^{n-1}\cdot2^{n-1}>C_n^2\cdot2^2=2n(n-1)$.

又因为$a_2=5>2\times2\times(2-1)$，所以$a_n>2n(n-1)$，$n\geqslant2$，

所以，$\frac{1}{a_n}<\frac{1}{2n(n-1)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n})$，

所以，$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}<1+\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n})=1+\frac{1}{2}(1-\frac{1}{n})<\frac{3}{2}$.

评析解完本题，“常中见新”的感觉特强，第一问解方程组，这是数列问题中最为常见的方法，无论是等差数列还是等比数列，都会用列、解方程组的办法求首项和公差（比）.第二问求通项公式有技巧，但因近年广东总是考递推数列，因此，由递推式求通项的各种技巧应该说在反复的“操练”中，也变成了“常识”.第三问就不一般了，与不等式结合，放缩的灵活性全都体现出来，虽然这里有四种解法，但都是“经验”与“灵感”并存.显然，在考场上，没有“上帝的恩赐”恐怕一种都难以产生.

4. 方程思想是解几之魂

数学思想历来是高考的重点，本次也不例外，看看试卷数形结合思想、函数思想、转化思想、归纳推理思想、分类讨论思想等都有所涉及.其中方程思想在解析几何中的体现更加明显.