极小值点为 $x=1$.

[点评] 本题是2012年广东高考文科数学的压轴题.命题立意为考查含参数一元二次不等式的解法，集合运算，极值求法与分类讨论思想，体现考生运算能力、分析问题与解决问题的能力.命题者回归课本，在一元二次不等式的解法上做文章，“摘叶飞花”，考查考生的数学思维能力与意志品质，不同凡响，精彩异常.

对于2012理21压轴题，仅扩大了 a 的范围，改成 $a<1$，其它不变.解第1问时分类多出 $a\leqslant-1$ 与 $-1<a\leqslant0$ 两种情形，最后还要归并出当时 $a\leqslant0$，$D=\left(\frac{3a+3+\sqrt{9a^2-30a+9}}{4},+\infty\right)$，要求理科生能力更强了.解第2问还需推出在 $a\leqslant0$ 时，$f(x)$ 在 D 上无极值点.

求极值点请注意：一定变化区域，二定区域上的变化情况.这是写极值点必不可少的两步.

（2）近年试题

2011文5 不等式 $2x^2-x-1>0$ 的解集是（　　）

A. $(-\frac{1}{2},1)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-\frac{1}{2})\cup(1,+\infty)$

【答案】 D

2011理9 不等式 $|x+1|-|x-3|\geqslant0$ 的解集是_____.

【答案】 $\{x\mid x\geqslant1\}$

（3）实践练习

①若不等式 $|kx-4|\leqslant2$ 的解集为 $\{x|1\leqslant x\leqslant3\}$，则实数 $k=$________.

【答案】 $k=2$

②已知函数 $f(x)=x^2+ax+b(a,b\in\mathbf{R})$ 的值域为 $[0,+\infty)$，若关于 x 的不等式 $f(x)<c$ 的解集为 $(m,m+6)$，则实数 c 的值为________.

【答案】 9

4. 不等式的证明

“推理与证明”是数学的基本思维过程，数学结论的正确性必须通过演绎推理或逻辑证明来保证.考生要养成言之有理、论证有据的习惯.

新课程标准中安排推理与证明约10课时，在“不等式选讲”作为理科考生的指定选考内容“证明不等式的基本方法”约4课时，其中放缩法与数学归纳法仅针对理科考生.

（1）2012年试题

2012理19 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $2S_n=a_{n+1}-2^{n+1}+1$，$n\in\mathbf{N}^*$，且 a_1，a_2+5，a_3 成等差数列.（1）求 a_1 的值；（2）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；（3）证明：对一切正整数 n，有 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

【解析】 本题前两小问是数列内容，求出 $a_n=3^n-2^n$.第（3）小问的证明如下：

方法一：$\because a_n=3^n-2^n=(1+2)^n-2^n=C_n^0+2C_n^1+2^2C_n^2+\cdots+2^{n-1}C_n^{n-1}+2^n-2^n=C_n^0+2C_n^1+2^2C_n^2+\cdots+2C_n^{n-1}>1+2n+2n(n-1)>2n(n-1)$.

$\therefore \frac{1}{a_n}=\frac{1}{3^n-2^n}<\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{(n-1)n}(n\geqslant2)$，故 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<1+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2+3}+\cdots+\frac{1}{(n-1)\times n}\right]=1+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)=1+\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{n}\right)=\frac{3}{2}-\frac{1}{2n}<\frac{3}{2}$，即 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<\frac{3}{2}$.

方法二：由 $3^n-2^n=(3-2)(3^{n-1}+3^{n-2}\times2+\cdots+3\times2^{n-2}+2^{n-1})=3^{n-1}+3^{n-2}\times2+\cdots+3\times2^{n-2}+2^{n-1}>3^{n-1}$，得 $\frac{1}{a_n}<\frac{1}{3^{n-1}}(n\geqslant2)$，故 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^{n-1}}=\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]<\frac{3}{2}$.

方法三：由 $a_{n+1}=3^{n+1}-2^{n+1}>2\cdot3^n-2\cdot2^n=2a_n$，故 $\frac{1}{a_{n+1}}<\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{a_n}$，当 $n\geqslant2$ 时，$\frac{1}{a_3}<\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{a_2}$，$\frac{1}{a_4}<\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{a_3}$，$\cdots$，$\frac{1}{a_n}<\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{a_{n-1}}$，这 $n-2$ 个式子相乘得：$\frac{1}{a_n}<\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}\cdot\frac{1}{a_2}$（$n\geqslant2$）.又 $\frac{1}{a_1}=1$，$\frac{1}{a_2}=\frac{1}{5}$，故 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}<1+\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}=\frac{6}{5}+\frac{1}{5}\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}\right]=\frac{6}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}\right]}{1-\frac{1}{2}}=\frac{6}{5}+\frac{1}{5}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}\right]<\frac{7}{5}<\frac{3}{2}$.

[点评] 用放缩法证明数列不等式时，思维跨越大，变形手段多（如上面解法中的二项式定理、公式等），构造性强，直达目标且过程简捷明了，效率极高，就如李小龙的“截拳道”，充满思考与挑战，能考查考生的潜能与后继学习能力.

多角度观察，够深度剖析，恰当地放缩，多试得真谛.放缩法一般可分为：①重要不等式法；②部分放缩法；③添减项放缩法；④单调性放缩法；⑤换元放缩法；⑥递推放缩法；⑦加强命题放缩法等.

2012年文科高考数列题不再像2011年那样同理科一起考查不等式的推理论证，难度降低，体现出文、理科的明显差异性，符合考生的未来发展方向，值得肯定.