

例析求参数取值范围的常用方法

■ 孙瑞娜

纵观近几年有关高考的信息,常出现求参数取值范围的问题,这类问题成了高中数学的重点和难点.解决求参数取值范围的问题时,考生之所以感到棘手,究其原因同学们没有把握问题的实质,没有灵活掌握解决问题的方法,如果我们在日常的学习中善于归纳、总结,就会发现有关求参数取值范围的问题,无论以什么题型出现,我们都能应对自如.本文通过具体例子,介绍求参数取值范围的八种常用方法.

一、利用因式分解法求参数取值范围

例 1. 已知函数 $f(x)=[x^2-(a+1)x+1]e^x$ 在 $[0,1]$ 上单调递减,求 a 的取值范围.

解析: 函数 $f(x)=[x^2-(a+1)x+1]e^x$ 在 $[0,1]$ 上单调递减 $\Leftrightarrow f'(x) \leq 0$ 在 $[0,1]$ 上恒成立 $\Leftrightarrow e^x[x^2+(1-a)x-a] \leq 0$ 在 $[0,1]$ 上恒成立,即 $g(x)=x^2+(1-a)x-a=(x-a)(x+1) \leq 0$ 在 $[0,1]$ 上恒成立. $\therefore 0 \leq x \leq 1, \therefore x+1 > 0$, 所以只需 $x-a \leq 0$, 即 $a \geq 1$.

点评: 此方法通过化归思想,把问题化归为含参的一元二次不等式的解法,若一元二次不等式的左边的二次三项式能分解因式,则可立即求出参数的取值范围,是最简单快捷的方法.

二、利用分离参数法求参数取值范围

例 2. 已知 a, b 是实数,函数 $f(x)=x^3+ax, g(x)=x^2+bx, f'(x)$ 和 $g'(x)$ 是 $f(x), g(x)$ 的导函数,若 $f'(x)g'(x) \geq 0$

回归课本,重返起点;阅读课本,落实基础;梳理概念公式定理性质,究源推导论证质疑记牢.注重知识的发生过程,培养高度的理性思维;重看课本例题,对比论述方式,再做课后习题,提炼解题方法;温故发散反思,对比总结提高.

2. 狠抓基础,突破重点.

在第一轮复习中确保不等式章节的各个知识点都落实到位,通过适量练习检测每个考生,达到人人过关,拿下应得分数.

① 狠抓基础.

梳理基础时正反、正逆联手出击,使考生理解并牢固掌握.如复习不等式性质时,指出 $a > b, c \neq 0 \Rightarrow ac > bc$ 推理的错误所在;逆向由 $ac > bc \Rightarrow a > b$ 需要什么条件?(需 $c > 0$)

同时,注重知识的内在联系,如 $a > b > 0 \Rightarrow a^n > b^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 还可从函数 $y=x^n$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性得到等.

熟练掌握通性通法,如简单线性规划问题,通常三步得解,即一画(画出可行域)二作(作目标函数变形后的平行线)三求(求出最优解),做到准确熟练.等等.

② 突破重点.

i 求函数定义域、值域、最大值、最小值、函数单调性;

ii 简单的线性规划;

iii 解(或含参数)一元二次(或绝对值)不等

式,及其解的讨论;

iv 不等式成立时参数的范围确定;

v 基本不等式的应用;

vi 等价变形;

vii 实际应用.

(二) 知识交汇,专题复习;突破瓶颈,提高能力.

1. 知识交汇,专题复习.

复习中使不等式与数列、解几、三角函数、“三个二次”、导数、向量、解三角形等知识相结合,形成不等式与各知识模块交汇的题组训练.

2. 突破瓶颈,提高能力.

在练习与测评中,及时纠错与补漏,找出自己求解过程中的薄弱之处,症结所在,反复练习,重点突破;适当改变参数的取值范围来区分文科与理科难度,培养推理论证能力,综合提高数学思维能力,为解好高考压轴题做准备.

今年高考数学对不等式的考查,在基础上做文章,回归课本,于平淡处出神奇,“摘叶飞花”符合时代要求,为师生所喜爱.也许,这正是解决当今教辅资料满天飞这一顽症的有效办法.但愿往后高考能像今年一样,还社会一个环保绿色的教育,给师生一个和谐快乐的高考!使“残”荷更翠绿,让高考更美丽!

(作者单位: 江门市新会华侨中学)

责任编辑 徐国坚