

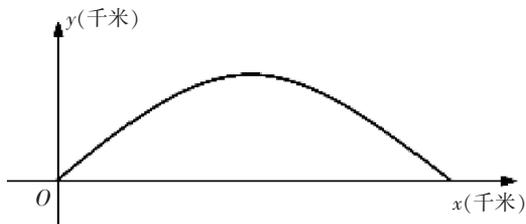
**点评:** 本题考查了抽象函数的性质及具体运算, 代换的思想方法; 在判断命题时, 不仅可以利用特例来感受命题的真假, 还可以通过有效的严谨推理来判断. 其实, 本题是必修1 (人教版) 第45页第6题的改造题:

(必修1 (人教版) 第45页第6题) 证明: (1) 若  $f(x) = ax + b$ , 则  $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) = \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ ;

(2) 若  $g(x) = x^2 + ax + b$ , 则  $g\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \leq \frac{g(x_1)+g(x_2)}{2}$ .

**例3. (2012年高考江苏卷17题)** 如图, 建立平面直角坐标系  $xOy$ ,  $x$ 轴在地平面上,  $y$ 轴垂直于地平面, 单位长度为1千米. 某炮位于坐标原点. 已知炮弹发射后的轨迹在方程  $y = kx - \frac{1}{20}(1+k^2)x^2$  ( $k > 0$ ) 表示的曲线上, 其中  $k$  与发射方向有关. 炮的射程是指炮弹落地点的横坐标.

- (1) 求炮的最大射程;
- (2) 设在第一象限有一飞行物 (忽略其大小),



其飞行高度为3.2千米, 试问它的横坐标  $a$  不超过多少时, 炮弹可以击中它? 请说明理由.

**解析:** (1) 在  $y = kx - \frac{1}{20}(1+k^2)x^2$  ( $k > 0$ ) 中, 令  $y = 0$ , 得  $kx - \frac{1}{20}(1+k^2)x^2 = 0$ .

由实际意义和题设条件知  $x > 0, k > 0$ ,

$$\therefore x = \frac{20k}{1+k^2} = \frac{20}{\frac{1}{k} + k} \leq \frac{20}{2} = 10, \text{ 当且仅当 } k = 1 \text{ 时取等号.}$$

$\therefore$  炮的最大射程是10千米.

(2)  $\because a > 0, \therefore$  炮弹可以击中目标等价于存在  $k > 0$ ,

使  $ka - \frac{1}{20}(1+k^2)a^2 = 3.2$  成立,

即关于  $k$  的方程  $a^2k^2 - 20ak + a^2 + 64 = 0$  有正根.

由  $\Delta = (-20a)^2 - 4a^2(a^2 + 64) \geq 0$ , 得  $a \leq 6$ .

此时,  $k = \frac{20a + \sqrt{(-20a)^2 - 4a^2(a^2 + 64)}}{2a^2} > 0$  (不考虑另一根).

$\therefore$  当  $a$  不超过6千米时, 炮弹可以击中目标.

**点评:** 本题主要考查二次函数的图像与性质以及求解函数最值问题. 试题来源于课本 (选修2-1, 理

科, 湖南教育出版社) 第67页例题1的变形.

由此可知, 我们要重视课本的作用, 在复习时应注意用好课本, 要知道这样一个事实: 一个考生, 如果连教材都不能读懂、理解、吃透, 却去为应试而投身题海, 那势必会陷入主次颠倒、舍本求末的误区. 高考主要考查的是考生对教材的领悟和把握程度以及考生真正的知识体系和能力结构, 实际上, 不少考生课内的东西就没有真正的弄明白, 比如, 课本中的各类习题, 有的当时就不会做, 或讲评后还没有真正消化, 就是当时会做, 但时间久了, 多半已遗忘, 因此, 重新梳理课本中的基础知识及各类习题, 就显得很重要. 目前的高三复习, 一般都配有一套复习资料, 很多教师可能就依据这本资料指导考生进行复习的, 无疑这很有必要, 因为这可以起到巩固、深化课内知识的作用, 也可扩大考生的视野, 提高解题的能力. 但无论怎样, 同学们首先使用好课本, 才能做到触类旁通, 举一反三, 课外的东西才更容易掌握, 思维能力的提高才有所依托, 考出好成绩才有坚实的基础. 因此, 我们应树立课本优先意识, 做到下面三点:

### 一、重视课本基础知识的复习

扎实的基础体现在对课本的珍爱, 对概念、定义、定理、法则、公式的透彻理解, 对数学语言 (文字语言、图形语言、符号语言) 的准确表达与运用, 对性质和习题的灵活变通上. 惟有扎实的基础, 才会有知识网络的建立和融合, 数学思想方法才会丰富多彩, 种种能力的提高才有可能, 这就要求我们重视知识形成过程和发展过程的学习, 重视公式的正用、逆用和变形应用, 重视定理的推导与应用, 重视定义的理解和应用, 等等. 例如, 《考试说明》要求考生会用向量的数量积推导出两角差的余弦公式, 并能用它们进行简单的恒等变换, 我们就一定要按要求去做: 这些定理是从怎么来的? 它们的变形公式有哪些? 怎么用, 等等. 比如, 2010年高考四川卷文理科就有一题是证明两角差的余弦公式, 2011年高考陕西卷有一道题是叙述余弦定理并证明余弦定理, 这些问题都是课本内容.

### 二、重视课本例题中数学思想方法的挖掘和应用

数学思想方法是数学知识的精髓, 是知识转化为能力的桥梁, 近年来的高考题, 每年都十分重视数学思想方法的考查, 而课本例题一般都具有典型性、示范性和迁移性, 它们或是渗透了某些数学方法, 或体现了某些数学思想 (函数与方程的思想, 分类整合的思想, 数形结合的思想, 转换化归的思想, 特殊与一般的思想, 有限与无限的思想, 偶然与必然的思想等), 或提等供了某些重要结论. 我们应充分认识例题本身所蕴含的教育价值, 掌握其中的通性通法 (如,