

数学有数

解析: 由题意知 $a_n=1+2\times 2^1+3\times 2^2+4\times 2^3+\cdots+n\cdot 2^{n-1}$ ①,

则 $2a_n=1\times 2+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+(n-1)\cdot 2^{n-1}+n\cdot 2^n$②,

由①-②得: $-a_n=1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}-n\cdot 2^n$, 化简得 $a_n=(n-1)\cdot 2^n+1$.

评析:“杨辉三角”型数列创新题是近几年高考的热点问题, 解决这类问题的关键是弄清楚各行的项与对应的行数之间的关系, 然后再转化成大家熟悉的等差与等比数列的问题. 本题有一定的难度, 在求解过程中还用到了错位相减法.

五、函数迭代型

例 5. 设函数 $f(x)=\frac{x}{x+2}$ ($x>0$), 观察: $f_1(x)=f$

$(x)=\frac{x}{x+2}$, $f_2(x)=f(f_1(x))=\frac{x}{3x+4}$, $f_3(x)=f(f_2(x))=$

$\frac{x}{7x+8}$, $f_4(x)=f(f_3(x))=\frac{x}{15x+16}$, ...

根据以上事实, 由归纳推理可得: 当 $n\in\mathbb{N}^*$ 且 $n\geq 2$ 时, $f_n(f_{n-1}(x))=$ _____.

解析: 观察函数结果中的常数项依次为 2, 4, 8, 16, ..., 其通项公式为 $a_n=2^n$; 又函数结果分母中 x 项的系数 1, 3, 7, 15, ..., 可推知其通项公式为 $b_n=2^n-1$. 所以当 $n\geq 2$ 时, $f_n(f_{n-1}(x))=\frac{x}{(2^n-1)x+2^n}$.

评析: 本题主要考查复合函数的概念、归纳推理的能力, 根据所给条件归纳出函数解析式的分母中常数项和 x 项的系数特征, 是解决本题的关键.

六、逆向探求型

例 6. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1=m$ (m 为正整数),

$a_{n+1}=\begin{cases} \frac{a_n}{2}, & \text{当 } a_n \text{ 为偶数时} \\ 3a_n+1, & \text{当 } a_n \text{ 为奇数时} \end{cases}$ 若 $a_6=1$, 则 m 所有可能的取值为_____.

解析: 由题意知 $\{a_n\}$ 中任何一项均为正整数,

(上接第 85 页)

常理解为“再……的人/事物也会……”. 又如: It's a long lane that has no turning. 路必有弯/凡事必有变化

10. My long-lost friend was too pleased to express his best wishes to me.

误: 我阔别很久的朋友太高兴了以致没有祝福我.

正: 我阔别很久的朋友非常高兴给了我祝福.

析: be too *adj.* to do sth 句型常表达“太……而不能……”的意思. 但在下面两种情况下, 不表否定: (1) too 后的形容词为 willing, pleased, ready, easy

等; $\therefore a_6=1$, 若 a_5 为奇数, 则 $3a_5+1=1$, 得 $a_5=0$ 不满足条件; 若 a_5 为偶数, 则 $a_5=2a_6=2$, 满足条件, $\therefore a_5=2$.

若 a_4 为奇数, 则 $3a_4+1=2$, 得 $a_4=\frac{1}{3}$ 不满足条件;

若 a_4 为偶数, 则 $a_4=2a_5=4$, 满足条件, $\therefore a_4=4$.

①若 a_3 为奇数, 则 $3a_3+1=4$, $a_3=1$ 满足条件.

若 a_2 为奇数, 则 $3a_2+1=1$, $a_2=0$ 不满足条件; 若 a_2 为偶数, 则 $a_2=2a_3=2$ 满足条件.

若 a_1 为奇数, 则 $3a_1+1=2$, 则 $a_1=\frac{1}{3}$ 不满足条件;

若 a_1 为偶数, 则 $a_1=2a_2=4=m$.

②若 a_3 为偶数, 则 $a_3=2a_4=8$ 满足条件.

若 a_2 为奇数, 则 $3a_2+1=8$, 得 $a_2=\frac{7}{3}$ 不满足条件;

若 a_2 为偶数, 则 $a_2=2a_3=16$ 满足条件.

若 a_1 为奇数, 则 $3a_1+1=16$, 则 $a_1=5$ 满足条件; 若 a_1 为偶数, 则 $a_1=2a_2=32=m$ 满足条件.

故 m 取值可以是 4, 5, 32.

评注: 此题主要考查数列的递推关系及同学们的逻辑推理能力. 本题只能由 $a_6=1$ 进行逆推, 若直接根据 m 的奇偶性分类讨论, 则不易得到完整的结果. 如下题:

有固定项的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2n^2+n$, 现从中抽去某一项 (不包括首项和末项) 后, 余下的项的平均值是 79, 则这个数列的项数为____, 抽取的是第____项.

分析: 此题由 S_n 得出 $a_n=4n-1$ 以后, 同样需要逆向探求. 即若抽取的项为末项, 可求得 $n=40$, 若抽取的项为首项, 可求得 $n=38$, 故 n 只能是 39, 抽取的是第 20 项.

总之, 求解数列创新题的关键是仔细观察、探究规律、注重转化, 合理设计解题方案, 善于利用等差、等比数列的有关知识进行求解.

(作者单位: 浙江省绍兴县柯桥中学)

责任编辑 徐国坚

等时; (2) too 前有 all, but, only 修饰时. 如:

He is too ready to help others. 他非常乐于助人.

I'm only too excited to add that we are sure to succeed. 我非常激动还要补充说我们一定会成功.

英语句式引起误解的原因是多方面的, 但主要是英汉语言文化背景差异所致. 因此, 我们在语言学习的同时要重视加强对语言文化的感悟.

(作者单位: 佛山市顺德区容山中学)

责任编辑 蒋小青