A. $[2,+\infty)$　B. $(1,2)$　C. $(1,2]$　D. $(0,1)$

5. (2013朝阳一模)函数$f(x)$是定义在R上的偶函数，且满足$f(x+2)=f(x)$. 当$x\in[0,1]$时，$f(x)=2x$.若在区间$[-2,3]$上方程$ax+2a-f(x)=0$恰有四个不相等的实数根，则实数a的取值范围是________.

6. (2013年滨州一模理)定义在R上的奇函数$f(x)$，当$x\geqslant 0$时，$f(x)=\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(x+1), x\in[0,1)\\ 1-|x-3|, x\in[1,+\infty)\end{cases}$ 则关于x的函数$F(x)=f(x)-a(0<a<1)$的所有零点之和为__________.

7. 若关于x的方程$x^2-2kx-3k=0$的两根都在1与3之间，求k的取值范围？

8. (2013年高考·江苏卷，理26题改编)设函数$f(x)=\ln x-ax$，$g(x)=e^x-ax$，其中a为实数.若$g(x)$在$(-1,+\infty)$上是单调增函数，试求$f(x)$的零点的个数，并证明你的结论.

你来做做参考答案：

1. 注意当$\theta\in(0,\frac{\pi}{2})$时，有$\sin\theta<\theta<\tan\theta$，答案是1个，选A.

2. 由于$|2\sin x|\leqslant 2$，而$|x^{\frac{1}{3}}|\leqslant 2$，则$-8\leqslant x\leqslant 8$，因此，只需画出$[-3\pi,3\pi]$的图像即可.

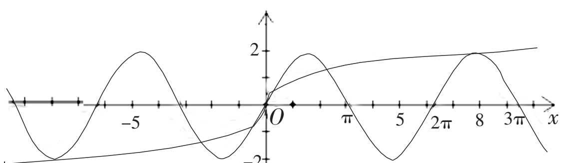

图 10

有的同学观察图像(图10)，得出有7个交点，实际上，观察得不够仔细，因为当$x=8$时，$x^{\frac{1}{3}}=2$，而当$x=\frac{5}{2}\pi<8$时，$2\sin x=2$，所以点$(x,2)$不是两个函数图像的交点，故在$[2\pi,3\pi]$上，两个函数图像有两个交点，而不是一个交点，因此，方程$x^{\frac{1}{3}}=2\sin x$的解的个数为9而不是7.选D.

3. 如图11，要使可行域存在，必有$m<-2m+1$，要求可行域内包含直线$y=\frac{1}{2}x-1$上的点，只要边界点$(-m,1-2m)$在直线$y=\frac{1}{2}x-1$上方，且$(-m,m)$在直线$y=\frac{1}{2}x-1$下方，解不等式组$\begin{cases}m<1-2m,\\ 1-2m>-\frac{1}{2}m-1\\ m<-\frac{1}{2}m-1,\end{cases}$，得$m<-\frac{3}{2}$.

选C.

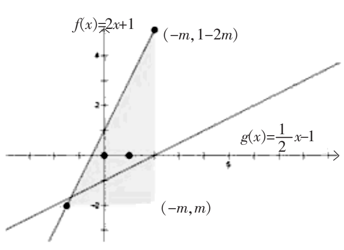

图 11

4. B.

5. 由$f(x+2)=f(x)$得函数的周期是2.由$ax+2a-f(x)=0$得$f(x)=ax+2a$，设$y=f(x)$，$y=ax+2a$，作出函数$y=f(x)$，$y=ax+2a$的图像，如图12，要使方程$ax+2a-f(x)=0$恰有四个不相等的实数根，则直线$y=ax+2a=a(x+2)$的斜率满足$k_{AH}<a<k_{AG}$，由题意可知，$G(1,2)$，$H(3,2)$，$A(-2,0)$，所以$k_{AH}=\frac{2}{5}$，$k_{AG}=\frac{2}{3}$，所以$\frac{2}{5}<a<\frac{2}{3}$，即$a\in(\frac{2}{5},\frac{2}{3})$.

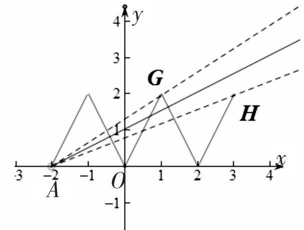

图 12

6. 作出函数$f(x)$的图像，如图13，当$0<a<1$时，函数$y=f(x)$与直线$y=a$有5个交点，从左到右依次设为A,B,C,D,E，显然A,B关于直线$x=-3$对称，D,E关于直线$x=3$对称，所以$x_A+x_B+x_D+x_E=-6+6=0$.又由$f(x)$为奇函数，当$x\in(-1,0]$时，$f(x)=-f(-x)=-\log_{\frac{1}{2}}(-x+1)$，$f(x)=a$，解得$x_C=1-2^a$.因此函数$F(x)=f(x)-a(0<a<1)$的所有零点之和为$1-2^a$.

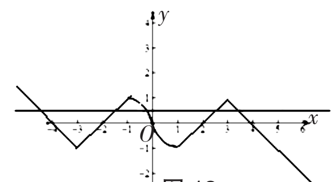

图 13

7. 令$f(x)=x^2+2kx-3k$，如图14所示，其图像与x轴交点的横坐标就是方程$f(x)=0$的解，要使两根都在1，3之间，只需$f(1)>0$，$f(3)>0$，$f(\frac{-b}{2a})=f(-k)<0$，$1<-k<3$同时成立，解得$-3<k<-1$，故$k\in(-3,-1)$.

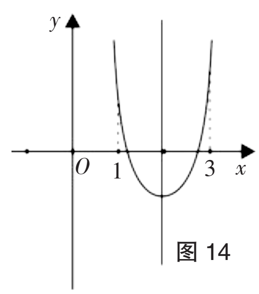

图 14

8. 由题意，$g'(x)=e^x-a\geqslant 0$对一切$x\in(-1,+\infty)$恒成立，所以$a\leqslant(e^x)_{\min}=\frac{1}{e}$.令$f(x)=0$并分离参数得$a=\frac{\ln x}{x}$，令$h(x)=\frac{\ln x}{x}$，则$h'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，易知函数$h(x)$在$(0,e)$单调递增，在$(e,+\infty)$上单调递减，在$x=e$处有极大值$h(e)=\frac{1}{e}$.又当$x\to 0^+$时，$h(x)\to-\infty$；当时$x\to+\infty$，$h(x)\to 0$，即直线$x=0$和$y=0$(即$x$轴)是函数$g(x)$的两条渐近线，所以$g(x)$的大致图像如图15.观察图像即知：当$a=\frac{1}{e}$或$a\leqslant 0$时，$f(x)$的零点个数为1；当$0<a<\frac{1}{e}$时，$f(x)$的零点个数为2.

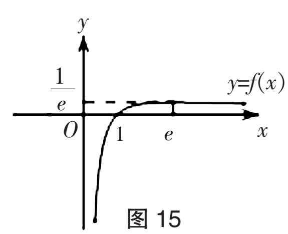

图 15

(作者单位：福建省永定县城关中学)

责任编校　徐国坚