

微元法的易错例析

■陈 亮

微元法是解决高中物理运动学经常用到的方法，很多老师只在推到基础公式时使用微元法，而在具体问题中，并不深入讨论，因此许多学生感觉难以掌握。下面我们通过两道运动学问题，弄清楚利用微元法处理图像问题时的思路，并避免学生们出现由于对微元法的理解不深入而发生的一些错误。

问题一：

蚂蚁离开洞穴沿直线爬行，它的速度与到蚁穴中心的距离成反比，当蚂蚁爬到距穴中心 $L_1=1\text{m}$ 的 A 点处时，速度是 $v_1=2\text{cm/s}$ 。试求蚂蚁继续由 A 点爬到距穴中心 2m 的 B 点需要多长的时间？

第一种解法：微元法，这种方法处理时需要用到等差数列的求和公式，对学生的数学能力提出一定的要求，但是这种解法，能培养学生思维的连续性，使其对问题的理解更加深入。

解析：因为蚂蚁的速度与到蚁穴中心的距离成反比，设比例系数为 k ，所以 $v = \frac{k}{L}$

$$\text{代入数据 } L_1=1\text{m}, v_1=2\text{cm/s 得: } v = \frac{0.02}{L}$$

蚂蚁由 A 爬到 B 时，将 AB 段分成 n 段，每段长为 $\Delta L = \frac{1}{n}$

当 n 取无限大时， ΔL 取无限小，可以认为每段的瞬时速度等于平均速度

$$\text{在第 } i \text{ 段路程, } v_i = \frac{0.02}{1+i\Delta L}$$

$$\text{所以 } t_i = \frac{\Delta L}{v_i} = 50\Delta L (1+i\Delta L)$$

$$\begin{aligned} \text{解得 } t_{\text{总}} &= \sum t_i = \sum 50\Delta L (1+i\Delta L) = 50\sum \Delta L (1+i\Delta L) \\ &= \frac{50n}{2[\Delta L(1+\Delta L)+\Delta L(1+n\Delta L)]} \end{aligned}$$

$$\text{将 } \Delta L = \frac{1}{n} \text{ 代入上式,}$$

$$\text{得 } t_{\text{总}} = \frac{50(3n+1)}{2n}$$

因为 n 趋近于无穷大，所以 $t_{\text{总}} = 75\text{s}$

第二种解法：图像法，这种方法处理时对学生将物理模型转化成图像的能力有比较高的要求，但是图像法处理问题更加直观、有效，题目的处理也变得简单。

解析：因为蚂蚁的速度与到蚁穴中心的距离成反比，设比例系数为 k ，所以 $v = \frac{k}{L}$

$$\text{代入数据 } L_1=1\text{m}, v_1=2\text{cm/s 得: } v = \frac{0.02}{L}$$

可以看到， L 和 $\frac{1}{v}$ 成正比，以 $1/v$ 为纵轴，以 L 为横轴，作图 1：

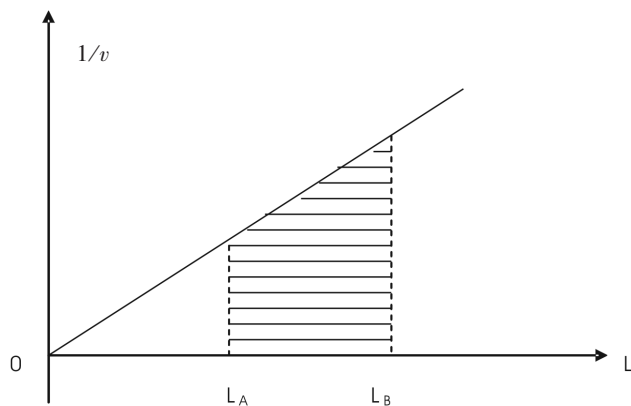


图 1

图中阴影部分的面积即为所求的时间，代入数据：

$$t_{\text{总}} = S = \frac{1(1/v_1 + 1/v_2)}{2} = \frac{50+100}{2} \text{ s} = 75\text{s}$$

图像法易错分析，在利用上述方法处理图像问题时，横纵坐标分别用什么来表示什么物理量非常重要，一定要慎重选择，若此问题按如下步骤解决，我们来看一下：

解析：因为蚂蚁的速度与到蚁穴中心的距离成反比，设比例系数为 k ，所以 $v = \frac{k}{L}$

$$\text{代入数据 } L_1=1\text{m}, v_1=2\text{cm/s 得: } v = \frac{0.02}{L}$$

因为 v 和 $\frac{1}{L}$ 成正比，以 v 为纵轴，以 $1/L$ 为横轴，作图：