

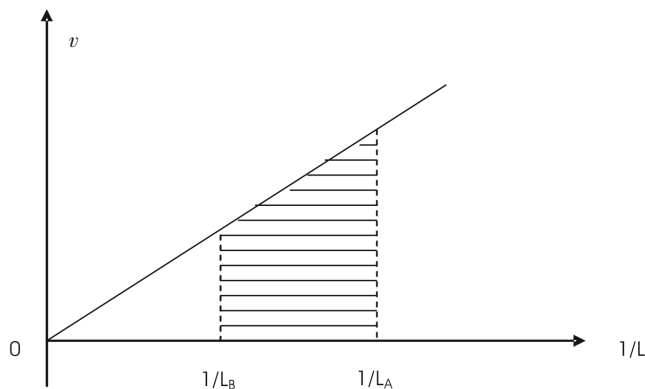


图 2

如图 2 所示, 阴影中的面积应为 $\frac{1}{t}$

$$\text{即 } \frac{1}{t} = \frac{0.01+0.02}{2 \times 2} \text{ s}$$

$$\text{解得 } t = \frac{400}{3} \text{ s}$$

我们注意到, 同样是图像法, 只是横纵坐标发生了变化, 结果却不一致, 其中一定有错误出现, 仔细研究后不难发现, 图像法也是利用无限微分的原理来解决问题的, 第一个图像中, 将 AB 之间分成无限份之后累加起来, 即: $L_1+L_2+L_3+\dots+L_n=L$, 而在第二个图像中, $\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+\frac{1}{L_3}+\dots+\frac{1}{L_n} \neq \frac{1}{L}$, 即微分法不能成立, 也就是说, 第二个图像的横纵坐标的表示方法是错误的, 所以第二个图像所得的结果是错误的。

无独有偶, 我们再来求解这样一个问题, 与上述题目非常相似, 来看一下:

问题二:

一只蜗牛从地面上开始沿竖直电杆上爬, 它上爬的速度与它离地面的高度之间满足的关系是 $v = \frac{Lv_0}{L+h}$, 其中 $L=20\text{cm}$, $v_0=2\text{cm/s}$, 求它上爬 20cm 所用时间。

这个问题与上面问题的不同之处在于, v 与 L 不再成反比关系, 较上个问题解决起来, 看似变得更加复杂, 我们来看一下它的解法。

第一种解法: 微元法:

解析: 因为蜗牛的速度是变化的, 所以在蜗牛运动中,

$$v = \frac{dh}{dt} = \frac{Lv_0}{L+h},$$

$$dt = \frac{(L+h) dh}{Lv_0}$$

对上两边同时积分得:

$$T = \frac{Lh + \frac{h^2}{2}}{Lv_0}$$

将 $L=20\text{cm}$, $v_0=2\text{cm/s}$, $h=20\text{cm}$ 代入得

$$t = 15\text{s}$$

第二种解法: 图像法:

解析: 因为蜗牛运动时间是由每一小段时间 $\Delta t = \Delta h / v$, 累加而成, 即 $t = \sum \Delta h / v$, 故可以建立 $1/v-h$ 图:

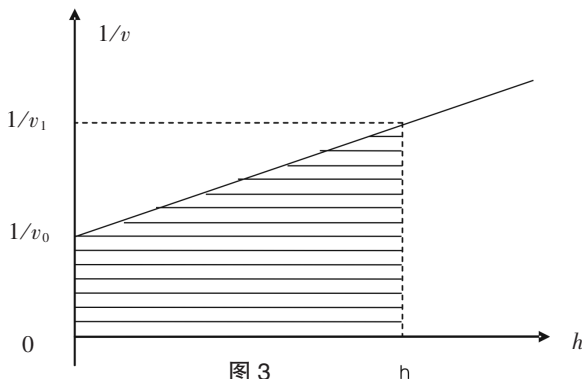


图 3

$$\text{由 } v = \frac{Lv_0}{L+h}, \text{ 得 } \frac{1}{v} = \frac{L+h}{Lv_0}$$

$$T = \frac{h(1/v_0 + 1/v_1)}{2}$$

代入数据得:

$$t = 15\text{s}$$

处理上面问题时, 我们可以将 $v = \frac{Lv_0}{L+h}$ 转化为: $\frac{1}{h} =$

$\frac{v}{Lv_0 - Lv}$, 可以看到, $1/h$ 与 v 不成反比关系, 如果使用作图法来处理上述问题, 就会发生如问题一出现的情况, 使答案中出现不容易发现错误。

通过以上两个题目的分析可知, 在使用作图法解决非匀变速直线运动问题的时候, 会使问题变得简单, 但是其本质是用微元法通过面积累加来求解时间, 一定要注意, 是否可以利用无限微分累加求和的方法来对横坐标进行求和, 若不能, 则解出来的答案就会发生这种不容易察觉到的错误。

(作者单位: 珠海市斗门区第一中学)

责任编辑 李平安

