

师：为什么？

生：第三杯内的饮料比第二杯和第一杯的饮料高得多，所以我觉得第三杯的饮料最多。

师：有没有不同意见？

大部分学生选择第三杯，少数几个学生选择第二杯。

师：要想知道自己的直觉准不准，怎么办？

生：算一算，最后的结果大的那一杯里的饮料多。

2. 算一算，你的估计准不准？

学生用计算器计算（略）。

师：结果出来了没有？

生：第一杯饮料的容积是200.96毫升，第二杯饮料的容积是197.82毫升，第三杯饮料的容积是196.25毫升。因为 $200.96 > 197.82 > 196.25$ ，所以第一杯里的饮料最多。

师：为什么第三杯内的饮料最高，杯子里的饮料反而最少？

生：因为杯子里的饮料的多少不仅和饮料的高度有关，而且和杯子的半径有关。根据圆柱的体积公式 $V = \pi r^2 h$ ，我们可以知道，在计算圆柱体的体积时高只算了1次，而半径连乘了2次，所以杯子的底面直径更大占优势。

师：是这样的吗？

学生齐点头。

3. 如果不用计算器，你能很快算出哪杯饮料多一些吗？

师：同学们了不起，非常聪明。老师还想挑战挑战同学们。如果不允许你们使用计算器，你们能很快算出哪杯饮料多一些吗？

让学生沉思一会后，有几个学生举起了手。

师（点拨）：你们觉得计算麻烦，主要是哪里麻烦？

生：一个非整十、整百的数和3.14相乘，计算起来非常麻烦。

教师微笑不语，慢慢地举手的人多了起来。

生：我有一个想法，这道题只

是要我们比较哪一杯饮料最多，并没有要我们求出每杯饮料的体积。而计算饮料的体积都要乘 π ，既然都乘 π 那么也可以都暂时不乘 π ，这样只需比较 $r^2 h$ 的大小，就可知道哪个杯里的饮料多，哪个杯里的饮料少。

师：这个同学说的是什么意思？老师不大明白，谁能帮老师讲讲？

生：这个同学实质是利用不等式的一个性质，几个数如果同时乘或除以相同的一个数（0除外），大的数得到的结果仍然大。

师：哦。这样，老师明白了。还有没有人不明白。（全班摇头）还有没有不同的想法？

生：我有一个想法，不知对不对。我觉得不必把 π 换成3.14，可以把 π 直接带到算式中进行运算。第一杯饮料的体积 $V = \pi \times (8 \div 2)^2 \times 4 = 64\pi$ ；第二杯饮料的体积 $V = \pi \times (6 \div 2)^2 \times 7 = 63\pi$ ；第三杯饮料的体积 $V = \pi \times (5 \div 2)^2 \times 10 = 62.5\pi$ 。这样少了3.14和其它数相乘，即使用口算也能知道哪一杯饮料最多。

师：同学们觉得这个方法怎么样？

生：我觉得很好，感觉比第一种方法更容易理解。

师：两种方法各有各的优势。不过，不急着把 π 换成3.14，让 π 直接参与运算，这是初中必须要掌握的式的运算，到了初中我们会经常接触到。同学们在以后的学习中不妨多尝试着用一用。

小题大作，这在上述案例中体现得尤为突出。具体表现在，针对这一习题，教师没有以题论题，而是立足基础，着眼发展，将原本单一的问题分解成几个层次：估一估，哪杯饮料多一些？算一算，你的估计准确吗？如果不用计算器，你能很快算出哪杯饮料多一些吗？显然，这几个问题由浅入深，层层递进。具体地说，第二个问题既是

对第一个问题答案的检验，更重要的，也是对圆柱体体积公式的深入考量：为什么不对？在追根究底中，学生深刻地懂得了圆柱体的体积既与圆柱体的高有关，更与圆柱体的半径（或直径）有关。知其然并且知其所以然，显然，此时学生思维的着力点就不再局限于公式的简单运用，而是站在了更高的层次，关注影响体积的各个变量之间的关系。就在学生满足于自己的发现时，教师又抛出一个问题：“如果不用计算器，你能很快算出哪杯饮料多一些吗？”“自信—惊诧—突兀—愉悦”，在情感的跌宕起伏中，学生深刻地感受到了智慧的挑战，体验到了不断超越自我的快乐。

众所周知，式的运算是初中学习的重要内容，是整个代数学习的基础。从数到式是学生数学学习的重要转折点（即从算术的学习转向代数的学习，从对数量的理解转向对关系的探讨），更是学生数学学习上第一次质的飞跃。但是仍有部分小学高年级段甚至已经进入初中的学生对从数到式这次飞跃没有作好准备。一方面他们既感到好奇，另一方面又感到难于理解。究其原因，这一方面是由于小学高年级段的学生乃至已经进入初中的学生的具体形象思维仍占优势，另一方面也与学生生活中很少接触式、很少有机会体验“式的优越性”有关。难能可贵的是，案例中的教师意识到这一点，让小题大作时，大题也在小作！“不用计算器很快地比较哪杯饮料多”，这一要求看似突兀，实则巧妙地将“式的运算”这一大的命题巧妙地镶嵌到了具体的题目之中。而且，由于有前面几个问题的铺垫，学生在相互对比中互为论证，为式的优越性的体验积累了一次宝贵的经验。

责任编辑 罗峰