

在线段 OC 上原点 O 出发以每秒一个单位的速度向 C 移动, 过点 P 作 $PN \perp x$ 轴, 交直线 AB 于点 M, 交抛物线于点 N. 设点 P 移动的时间为 t 秒, MN 的长度为 s 个单位. 求 s 与 t 的函数关系式, 并写出 t 的取值范围; (3) 设在 (2) 的条件下 (不考虑点 P 与点 O、点 C 重合的情况), 连接 CM、BN, 当 t 为何值时, 四边形 BCMN 为平行四边形? 问对于所求的 t 值, 平行四边形 BCMN 是否为菱形? 请说明理由.

评析: 本题是代数与几何的综合运用, 解题时应多角度、多线索深入分析, 灵活运用数形结合的思想、数学建模的思想、分析讨论的思想、转化的思想、待定系数法等多种数学思想与方法.

六、存在三角形相似

例 6: (2011 深圳市中考) 如图①, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点为 C (1, 4), 交 x 轴于 A, B 两点, 交 y 轴于点 D, 其中点 B 的坐标为 (3, 0). (1) 求抛物线的解析式; (2) 如图② (图略), 过点 A 的直线与抛物线交于点 E, 交 y 轴于点 F, 其中点 E 的横坐标为 2, 若直线 PQ 为抛物线的对称轴, 点 G 为直线 PQ 上的一动点, 则 x 轴上是否存在一点 H, 使 D、G、H、F 四点所围成的四边形周长最小. 若不存在, 请说明理由; (3) 如图③ (图略), 在抛物线上是否存在一点 T, 过点 T 作 x 轴的垂线, 垂足为点 M, 过点 M 作 $MN \parallel BD$, 交线段 AD 于点 N, 连接 MD, 使 $\triangle DNM \sim \triangle BMD$, 若存在, 求出点 T 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

评价: 本题考查学生二次函数与四边形、相似三角形等几何知识的综合运用能力.

七、存在相等距离 (或相等面积、等周长、定值)

例 7: (2009 上海市中考) 二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 的图像经过点 A (4, 0)、B (-4, -4), 且与 y 轴交于点 C. (1) 试求此二次函数的解析式; (2) 试证明: $\angle BAO = \angle CAO$ (其中 O 是原点); (3) 若 P 是线段 AB 上的一个动点 (不与 A、B 重合), 过 P 作 y 轴的平行线, 分别交此二次函数图像及 x 轴 Q、H 两点, 试问: 是否存在这样的点 P, 使 $PH=2QH$? 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

思路点拨: ①用待定系数法求二次函数的解析式; ②数形结合, 求 $\angle BAO$ 与 $\angle CAO$ 的正切值, 可以判定 $\angle BAO = \angle CAO$; ③分类讨论 $PH=2QH$, 根据点 Q 的位置分两种情况; ④利用典型题目的结论, 把 $PH=2QH$ 时点 Q 的位置转化为 OD、OC 的中点问题.

八、存在最大值 (或最小值)

例 8: (2011 陕西中考) 如图①, 在矩形 ABCD 中, 将矩形折叠, 使点 B 落在边 AD (含端点) 上, 落点记为 E, 这时折痕与边 BC 或边 CD (含端点) 交于点 F. 然后再展开平铺, 则以 B, E, F 为顶点的 $\triangle BEF$ 称为矩形 ABCD 的“折痕三角形”. (1) 由“折痕三角形”的定义可知, 矩形 ABCDD 的任意一个“折痕 $\triangle BEF$ ”一定是一个___三角形; (2) 如图② (图略), 在矩形 ABCD 中, $AB=2$, $BC=4$. 当它的“折痕 $\triangle BEF$ ”的顶点 E 位于边 AD 的中点时, 画出这个“折痕 $\triangle BEF$ ”, 并求出点 F 的坐标; (3) 如图③ (图略), 在矩形 ABCD 中, $AB=2$, $BC=4$. 该矩形是否存在面积最大的“折痕 $\triangle BEF$ ”? 若存在, 说明理由, 并求出此时点 E

的坐标; 若不存在, 为什么?

评析: 本题考查学生的阅读理解及图形的操作能力, 首先阅读题意, 理解最基本的概念“折痕三角形”, 然后利用此概念解决有关问题, 此过程中画出满足题意的图形是解决问题的关键, 然后根据图形, 分析出数量关系从而解决问题.

九、“不存在”的问题

例 9: (2009 上海中考) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y=kx+b$ 分别与 x 轴负半轴交于点 A, 与 y 轴正半轴交于点 B, $\odot P$ 经过点 A、点 B (圆心 P 在 x 轴负半轴上), 已知 $AB=10$, $AP=\frac{25}{4}$. (1) 求点 P 到 AB 的距离; 求直线 $y=kx+b$ 的解析式; (3) 在 $\odot P$ 上是否存在点 Q, 使以 A、P、B、Q 为顶点的四边形是菱形? 若存在点 Q, 使 A、P、B、Q 对顶点的四边形是菱形? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 并说明理由.

思路点拨: ①求点 P 到 AB 的距离要用到垂径定理和勾股定理; ②求直线的解析式的前提是求点 A、B 的坐标, 求点 A、B 的坐标的关键是解直角三角形 AOB; ③以 AB 为对角线或者分类讨论菱形的存在性, 当 AB 为对角线时, 两条对角线不互相平分; 当 AB 为边时, 两邻边不相等.

存在性题型的考察, 是对学生对所学数学知识的全面综合的检测, 它考察的是学生的分析问题、解决问题的能力, 考察学生对所学知识的灵活运用, 考察的是学生的学科综合素质. 因此, 我们的日常的教学, 除了做好双基的教学工作外, 还应注意抓好学生的数学意识和数学基本思想以及数学基本能力的培养.

责任编辑 罗 峰