

方程组巧解

文/珠海市斗门区城东中学 李国东

二元一次方程组的解法是学生必须掌握的一项基本技能,解题时应教会学生仔细观察题目的特点,抓住方程的结构特征或某种规律,联想不同的解题方法和技巧.通常情况下,有的教师总认为只有通过重复,机械的练习才能获得这一技能.而重复机械的练习常常使学生觉得枯燥乏味,反而影响了学生对数学的学习态度与情感.怎样才能让学生更好地学习与掌握这一基本技能,并在思维能力、情感态度与价值观等多方面得到进步和发展呢?

在学生们学完了用代入消元法、加减消元法解二元一次方程组后,我进行了一次大胆的尝试.

上课铃响了,我一如既往地走进教室:“同学们,上面我们学习了二元一次方程组的解法.今天我们来上一节复习课.”一听是复习课,学生立刻缺少了往日的热情.

“解二元一次方程组的基本思路是什么?”

“消……元……”几个学生懒洋洋地回答道.这时,我在幻灯片上展出解方程组

$$\begin{cases} 3x+4y=10 & \textcircled{1} \\ 12x-9y=15 & \textcircled{2} \end{cases}$$

稍做停顿,我灵机一动:“今天,我们只解一道题.”

话音刚落,许多学生都惊奇地抬起了头.看来这出其不意的一招奏效了.

“咳,这个简单……我来做,我来做.”学生甲举起了手.于是他顺理成章地上了讲台.他用的是加减法.

解法 1: $\textcircled{1} \times 4$ 得: $12x+16y=40$ $\textcircled{3}$

$\textcircled{3}-\textcircled{2}$ 得: $25y=25$, $y=1$, 将 $y=1$ 代入 $\textcircled{1}$, 求得 $x=2$,

$\therefore$ 方程组的解为

$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

紧接着,我问:“这个题目还有没有其他方法呢?”“有,代入法.”学生乙大声说.既而,响起了更多的唏嘘声:“麻烦死了……”我决定支援一下乙:“用代入法可不可以解?”这回,唏嘘声轻了些:“可以是可以,就是麻烦.”“那你有没有办法使它简单一点呢?”我笑着追问.“哦!我知道了……”“乙,你知道什么了?”

解法 2: “因为第 2 个方程中 x 的系数是第 1 个方程中 x 的系数的 4 倍,故用整体代入法,将 $3x$ 看做一个整体.由 $\textcircled{1}$ 得 $3x=10-4y$ 代入 $\textcircled{2}$ 从而得解.”

“对呀,我怎么没想到……”这时有些学生懊恼,有些学生羞愧,有些学生羡慕.

“学生们唧唧喳喳地讨论开了.从他们满意的神情中,我看出了他们还是很愿意接受挑战的.几分钟后,学生们开始陈述自己的观点.

解法 3: 将 $3x+4y$ 看做一个整体

将 $\textcircled{2}$ 代为 $12x+16y-25y=15$
 $4(3x+4y)-25y=15$

$\therefore \textcircled{1}$ 为 $3x+4y=10$ 整体代入上

式

$4 \times 10 - 25y = 15$ 由此得解 $y=1$

这是一种巧妙的换元.

解法 4: 观察方程 $\textcircled{2}$, 化为 $4x-3y=5$ $\textcircled{3}$

$$\begin{cases} 3x+4y=10 & \textcircled{1} \\ 4x-3y=5 & \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 3 + \textcircled{3} \times 4$

得 $25x=50$ $x=2$

虽然没有比上述各解法简单,巧妙,但这是解此类方程组的常规方法.

解法 5: 观察方程 $\textcircled{2}$, 化为 $4x-3y=5$ $\textcircled{3}$

$$\begin{cases} 3x+4y=10 & \textcircled{1} \\ 4x-3y=5 & \textcircled{3} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{3}$ 得 $7x+y=15$ 由此代为 $y=15-7x$ 代入 $\textcircled{1}$ 求解.

这种代入非常巧妙,他构造了一个系数为 1 的元,看来不能小瞧学生的潜力.由这种解法我想到了一种系数呈轮换对称的方程组.于是给出了一个变式:

解方程组:

$$\begin{cases} 3x+4y=10 & \textcircled{1} \\ 4x-3y=5 & \textcircled{2} \end{cases}$$

引导学生通过观察系数的特殊性,介绍了解决此类方程组的特殊技巧.

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 得: } x+y=\frac{15}{7} \quad \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得: } x-y=-5 \quad \textcircled{4}$$

联立 $\textcircled{3}\textcircled{4}$, 解得方程组.

此时学生很兴奋.

于是不失时机地让学生进行归纳总结:“不同的方法可以达到殊途同归的效果,如何根据方程组的特点选择恰当的方法呢?要解对一道方程组,又有哪些重要因素呢?”学生们情绪高涨,七嘴八舌地讲了很多.

数学是一门严谨的学科,由于它的学科特点,学生往往觉得数学课困难、枯燥、乏味.因此,在教学中如何引起学生的共鸣是每个老师应该深思熟虑的一个问题.

责任编辑 罗峰