

在初中课堂教学的探索 数学开放题

文 / 阳春市实验中学 林良成

在大力推行素质教育的今天，教学上要求培养学生的创新能力，已经日益引起数学教育界的注意，逐渐成为数学教学改革的热点，而数学开放问题的提出和解决正是渐进地鼓励学生通过自己的探索、体验，构建新的认知结构。

一、解决数学开放性问题的几个方法

1. 猜想与证明的方法

许多数学中的存在性问题，事先仅给出了问题对象的一些特殊关系，要求去探索它存在的一般结论。解决这类问题，可以通过特例分析、类比联想的途径，猜想出一般结论的存在性，然后加以证明。

例 1：在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ 上是否存在关于直线 $y = x$ 对称的两点？
解：设存在点 A, B 关于 $y = x$ 对称，则 AB 所在的直线方程为 $y = -x + b$ 。

由 $y = x$, $y = -x + b$ 得交点为：
 $(\frac{b}{2}, \frac{b}{2})$

$y = \frac{1}{2}x^2 - 1$, $y = -x + b$ 得 $x^2 + 2x - 2 - 2b = 0$

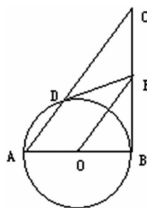
所以 $x_1 + x_2 = -2$ ，可知 $b = -2$ 。

而 $x^2 + 2x + 2 = 0$ 无实数解，因此假设错误，即在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ 上不存在关于直线对称的两点。

例 2：已知，以 $\text{Rt} \triangle ABC$ 的直角边 AB 为直径作 $\odot O$ ，与斜边 AC 交于点 D，过 D 作 $\odot O$ 的切线交 BC 边于点 E。

(1) 如图，求证：BE = CE = DE；

(2) 试问在线段 DC 上是否存在点 F，满足 $BC^2 = 4DF \cdot DC$ ，若存在，作出点 F，并予以证明；若不存在，请说明理由。



(1) 证：连结 BD，由于 ED、EB 是 $\odot O$ 的切线，由切线长定理，得 $ED = EB$ ， $\angle DEO = \angle BEO$ ， $\therefore OE$ 垂直平分 BD，又 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， $\therefore AD \perp BD$ ， $\therefore AD \parallel OE$ ，即 $OE \parallel AC$ ，又 O 为 AB 的中点， $\therefore OE$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线， $\therefore BE = EC$ ， $\therefore BE = EC = ED$ 。

(2) 在 $\triangle DEC$ 中，由于 $ED = EC$ ， $\therefore \angle C = \angle CDE$ ， $\therefore \angle DEC = 180^\circ - 2\angle C$ 。

①当 $\angle DEC > \angle C$ 时，有 $180^\circ - 2\angle C > \angle C$ ，即 $0^\circ < \angle C < 60^\circ$ ，在 $\triangle DEC$ 内，以 ED 为一边作 $\angle DEF$ 使 $\angle DEF = \angle C$ ，且 EF 交 DC 于点 F，则点 F 为所求，理由如下：

在 $\triangle DCE$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\angle CDE = \angle EDF$ ， $\angle C = \angle DEF$ ， $\therefore \triangle DEF \sim \triangle DCE$ ， $\therefore DE^2 = DF \cdot DC$ ，即 $(\frac{1}{2}BC)^2$ ， $\therefore BC^2 = 4DF \cdot DC$ 。

②当 $\angle DEC = \angle C$ 时， $\triangle DEC$ 为等边三角形，即 $\angle DEC = \angle C = 60^\circ$ ，此时，C 点为满足条件的 F 点，于

是， $DF = DE = DC$ ，仍有 $BC^2 = 4DE \cdot DC = 4DF \cdot DC$ 。

③当 $\angle DEC < \angle C$ 时，即 $180^\circ - 2\angle C < \angle C$ ， $60^\circ < \angle C < 90^\circ$ ，所作的 $\angle DEF > \angle DEC$ ，此时点 F 在 DC 的延长线上，故线段 DC 上不存在满足条件的点 F。

2. 启发学生回忆、联想

从已经掌握的知识或经验积累中，寻找可借鉴的方法或思路来进行尝试，使问题得以顺利解决。

例如，利用轴对称解决最短距离的问题时，可设计以下问题：

问题 1：点 A, B 在直线 l 两侧，在直线 l 上求一点 C，使 AC + BC 最短？

问题 2：点 A, B 在直线 l 的同侧，在直线 l 上求一点 C，使 AC + BC 最短？

这两个问题逐步深入其中问题 2 的解决分别要受前一个问题的启示，借用前面的方法，问题 1 的答案显然，问题 2 也不太难，而且课本上有答案，但就需要学生独立探索、尝试。

二、开放题与日常的课堂教学

教师在教学过程中要积极创设开放的教学课堂，鼓励学生勇于猜想、质疑，大胆探索，引导学生根据问题的条件进行交流、讨论，寻求结论并探索解决的办法。教师坚持用开放题进行开放的课堂教学，在潜移默化中就可以培养学生的各种思维能力，使学生的视野得以开阔，能力得以提升，从而形成良好的思维品质和数学的应用意识，为他们今后继续学习和发展打下坚实的基础。

通过对开放题思维策略的研究，使我们认识到数学教学不应建立在“概念、定理、例题、练习”的知识传授模型上，而应建立在对学生的积极鼓励，引导学生进行探索的以学生为中心的创造型的教学模式上；研究开放题是课堂教学改革的要求。

责任编辑 韦英哲